



TITLE:

Cover times and extrema of local times for random walks on graphs(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Abe, Yoshihiro

CITATION:

Abe, Yoshihiro. Cover times and extrema of local times for random walks on graphs. 京都大学, 2016, 博士(理学)

ISSUE DATE:

2016-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19470>

RIGHT:

学位規則第9条第2項により要約公開; 許諾条件により本文は2018-07-03に公開

(続紙 1)

京都大学	博 士 (理 学)	氏名	阿部 圭宏
論文題目	Cover times and extrema of local times for random walks on graphs (グラフ上のランダムウォークの被覆時間と局所時間の極値)		
(論文内容の要旨)			
<p>本論文は、阿部氏が博士後期課程の間に執筆した3編の論文をthesis形式にまとめたものである。本論文では、あるクラスの有限グラフの列において、単純ランダムウォークの被覆時間と局所時間の解析を行っている。被覆時間とは、ランダムウォークがグラフのすべての点を通った時刻であり、局所時間とは、ある時刻においてランダムウォークがそれぞれの点にどの程度の時間滞在したかを表す量である。本論文の主結果は、以下の3つである。</p> <p>I) 優臨界相パーコレーション上のランダムウォークの被覆時間の詳細な評価 II) 2次元離散トーラス上のランダムウォークの局所時間の最大値・最小値の評価 III) 対称な木の上のランダムウォークの局所時間の極大値の解析</p> <p>以下、研究の背景や結果についてより詳しく解説する。グラフ上の被覆時間や局所時間は、離散ガウス自由場と呼ばれる確率変数の列と深い関係を持つことが知られており、その関係を通じて被覆時間と局所時間を詳しく解析する研究が現在盛んに行われている。(なお、離散ガウス自由場は、グラフの頂点をインデックスに持つガウス確率変数の列で、共分散がランダムウォークのグリーン関数で記述されるものである。)阿部氏の研究は、このような背景の下ランダムウォークの基本的な性質を表す2つの量について深く掘り下げたものである。</p> <p>I)では、優臨界相パーコレーションクラスター上のランダムウォークの被覆時間の平均のオーダーを決定した。特筆すべきは、3次元以上の場合にはこのオーダーが通常の(離散トーラス上の)ランダムウォークのそれと異なる事を証明した点である。近年、優臨界パーコレーション上のランダムウォークの漸近挙動について、グラフが「退化」しているにも関わらず通常のランダムウォークと同様の挙動をするという結果が様々な切り口から出されているが、この結果は両者の違いを定量的に示した初めての結果であり、当該研究者の耳目を集めた。</p> <p>II)では、2次元離散トーラス上に単純ランダムウォークを被覆時間の θ倍まで走らせ、その時刻での局所時間の最大値・最小値のオーダーを定数部分まで含めて評価した。2次元離散ガウス自由場においては同様の研究があるが、阿部氏の研究により両者には定数部分に θに依存した差異があることが明確になった。</p> <p>III)では、b分木の上の単純ランダムウォークの局所時間の最大値評価と統計を解析した。具体的には、b分木のn世代目までを考え、その上の単純ランダムウォークが極大値を取る点の位置と、極大値から然るべき値を引いてセンタリングした量のペアを数え上げる点過程を定めた時、nを無限大にした際にこの点過程がCox過程と呼ばれるあるランダムな点過程に弱収束することを示した。その系として、局所時間の最大値分布がGumbel分布のランダムシフトに収束することが示される。このような収束は、近年の研究で分枝ランダムウォークや2次元離散ガウス自由場のような対数相関を持つ確率変数列の最大値分布について証明されていたが、局所時間の最大値分布について示したのは阿部氏が初めてであり、独立な確率変数列とは全く異なる現象として、極値分布の普遍性という観点からも極めて興味深い結果であると言える。</p>			

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

最初に、阿部氏の学位は、KTGU数学系サブユニットが進めるスーパーグローバルコースによる学位となる予定であることを注意しておく。阿部氏はUCLAのM. Biskup教授を副指導教員とし、実際に京都大学やUCLAでBiskup教授の指導を受けてきた。特に、博士論文の後半部分の研究を進める際に、様々な形で教授からのアドバイスが役に立っている。

論文内容の要旨に記したように、阿部氏のthesis形式の博士論文は、3編の論文をまとめたものである。このうち2編は、それぞれ、優臨界相パーコレーションクラスター上のランダムウォークの被覆時間の評価、2次元離散トーラス上のランダムウォークの局所時間の最大値・最小値の評価を行っており、前者はAnn. Inst. H. Poincaré、後者はElectron. Commun. Probab.といういずれも一流の国際誌に掲載されている。特に前者の結果は、パーコレーションクラスター上のランダムウォークと通常のランダムウォークの違いを初めて定量的に示した結果として、高く評価されている。最後の1編はプレプリントであり、 b 分木の上のランダムウォークの最大値評価を行っている。主結果の一つは局所時間の最大値分布がGumbel分布のランダムシフトに収束するという定理であるが、ランダムシフトに現れる定数まできちんと導出しており、分枝ランダムウォーク等における先行研究との定量的な違いまで明確にする精密な結果である。この論文は、さらなる手直しを行った後、国際誌に投稿予定である。なお、博士論文の参考文献として提出されている論文は、阿部氏が修士課程で行った研究が基になった論文で、Kyoto J. Math.に掲載済みである。

阿部氏は既に国際研究集会における講演の経験も豊富で、海外での研究集会やセミナーでの講演も数多く行っている。氏は、講演を綿密に準備し、専門外の人にも分かりやすく要点と具体例をしっかりと押さえた講演を行うことができる。また、Biskup教授から直接指導を受けたことから分かる通り、海外の第一線の研究者とコミュニケーションを取り、研究を進める力を備えている。

今回の博士論文は、スーパーグローバルコースのルールに従い、Biskup教授に査読を依頼した。Biskup教授は、4ページにわたるレポートで阿部氏の博士論文を大変高く評価し、そのレポートを以下の文章で結んでいる。

I find the thesis more than sufficient for the fulfillment of the requirements of a PhD degree and I wish to heartily congratulate Yoshi on this achievement.

平成28年1月19日に行われた論文内容の発表とそれに関連した口頭試問においても、非専門家にも分かりやすい形で自身の研究内容をまとめ、試問にも的確に答えた。上述した通り阿部氏は、学術的素養、研究成果のいずれに関しても優れていると判断される。よって本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。上述したように、平成28年1月19日論文内容とそれに関連した事項について試問を行い、その結果合格と認めた。

要旨公表可能日： 年 月 日以降